

ARTÍCULO CIENTÍFICO
CIENTIFIC ARTICLE

MODELO RBP PARA
LA PROSPECCIÓN DE AGUAS
SUBTERRÁNEAS EN ROCAS DE
BAJA PERMEABILIDAD: ALGORITMO
PARA FLUJO Y TRANSPORTE EN
FRACTURA ÚNICA

RBP MODEL FOR GROUNDWATERS
PROSPECTING IN LOW PERMEABILITY
ROCKS: ALGORITHM FOR FLOW AND
TRANSPORT IN A SINGLE FRACTURE

Leslie F. Molerio-León

REVISTA GEOINFORMATIVA
No. 1. 2023

Leslie F. Molerio-León

INVERSIONES GAMMA, S.A.
La Habana, Cuba
especialistaprincipal@gmail.com
0000-0001-9667-3258

RESUMEN

Se describe la base conceptual de la hidrodinámica del flujo en el Modelo Geomatemático RBP para la prospección y desarrollo de aguas subterráneas en rocas duras de baja permeabilidad. El algoritmo se basa en un modelo de fractura individual saturada en matriz de o flujo en campo cercano y no cercano para representar el flujo de fluido y transporte de masa, momento y energía en el medio acuífero.

Palabras clave: Rocas duras; baja permeabilidad; acuífero; aguas subterráneas

ABSTRACT

The conceptual base of flux hydrodynamics of the Geomathematical Model RBP for the survey and development of ground waters in hard-rock low-permeability aquifers is described in this contribution. The algorithm represents fluid flow and mass, moment and energy transport in a saturated single-fracture in near and very-near field

Key word: Hard rocks, low permeability, aquifer, groundwater

Recibido: 4 del 9, 2022
Aprobado: 17 del 12, 2022

INTRODUCCIÓN

En un artículo anterior que resumía el modelo geomatemático para la prospección y desarrollo de aguas subterráneas en rocas de baja permeabilidad y una aplicación (Núñez y Molerio, 2022), el fundamento hidrodinámico se redujo a mencionar que en el Modelo RBP “el medio acuífero se conceptualiza como un entorno de porosidad simple, definido por las propiedades hidráulicas del sistema de grietas que lo dislocan y la matriz rocosa se considera impermeable o de no flujo”.

Este artículo describe con mayor detalle el algoritmo con el que RBP modela el flujo y transporte de masa, momento y energía en el medio acuífero, considerado como un sistema hidrodinámico en fractura única, flujo permanente, englobado en una matriz de no flujo con nula interacción química con el fluido monofásico inerte, aun cuando el punto fuente intersecte varias grietas en el corte vertical. Este es el medio que Bear (1993) llama de “roca fracturada” (FR). La presunción matemática es simple y, como la modelación geomatemática está basada en datos reales conjugados en una matriz de evidencias que acepta diferenciadamente elementos efectivos o no efectivos, las ecuaciones de flujo se resuelven solamente para el caso de validación positiva localmente y caso a caso. Se aplica el concepto de “campo cercano” o “muy cercano”, dependiente del efecto del factor de escala (Figuras 1 y 2) de dominio o del tamaño del problema (Kiraly, 1978; Molerio, 1984, 1985 a, 1986; Kiraly, Bear, Tsang y de Marsily, 1993).

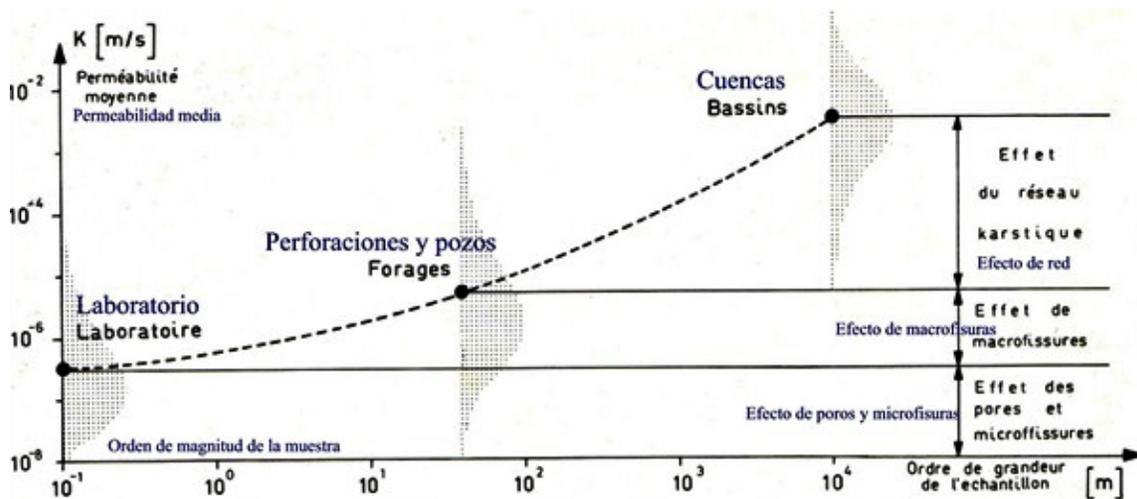


FIGURA 1. Efecto de factor de escala (Kiraly, 1978)

Bear (1993) propuso que muy próximo a un término fuente, el problema se representa como un caso de “modelo muy cercano”, como es el caso de una fractura única que intersecta al pozo. Si el dominio del flujo del fluido y el transporte son mayores, pero aún insuficientes para aproximarlos mediante un medio continuo, se recomienda construir un “modelo de campo cercano”, pero que requiere conocimiento de cada fractura individual. Si solamente se dispone de información estadística de la geometría del sistema de grietas (abertura, diámetros, longitud, orientación, espaciamiento y semejantes) se construyen realizaciones o realizaciones condicionales del dominio en cuestión y se derivan descripciones estadísticas de su comportamiento. La aplicación de la modelación geoestadística (Chiles y Gentier, 1992; Lee, 2010) es útil como apoyo preliminar en la aproximación estocástica, véase Moreno et al. (1987, 1988).

El valor de uso de estos modelos es muy limitado cuando se tratan problemas de contaminación de las aguas subterráneas en grandes dominios de flujo, donde los focos están lejos del punto de llegada que involucran cientos o miles de fracturas. Se trata entonces de las llamadas “zonas lejanas o muy lejanas”, en cuyo caso el tratamiento matemático requiere aplicar conceptos como el de doble o múltiple porosidad; en suma, se aplica una aproximación de continuo doble o múltiple porosidad para este “campo lejano”, cuyas primeras aproximaciones se deben a [Barenblatt y Zheltov \(1960\)](#) y [Barenblatt, Zheltov y Kochina \(1960\)](#).

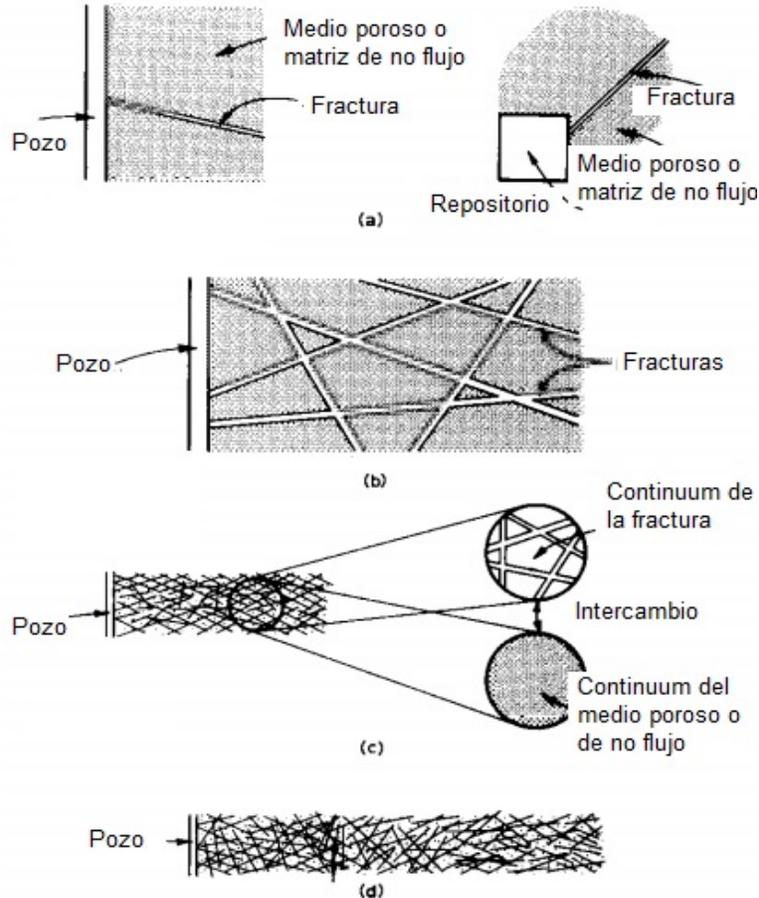


FIGURA 2. Representación esquemática de las cuatro zonas de flujo y transporte en un medio poroso fracturado: a) el campo muy cercano; b) el campo cercano; c) el campo lejano y d) el campo muy lejano (traducido y ligeramente modificado de [Bear, 1993](#), del original de [Bear y Berkowitz, 1987](#))

LA APROXIMACIÓN DE DOBLE POROSIDAD/DOBLE PERMEABILIDAD

El tema ha sido ampliamente tratado en la literatura por [Chen \(1983, 1986, 1989\)](#), [Chen y Zhou \(1987\)](#); [Berkowitz, Bear y Braester, 1988](#); [Bear y Berkowitz, 1987](#); [Moench, 1984](#); [March y Molerio \(1987\)](#); [Zyvoloski, Robinson y Viswanathan \(2008\)](#); [Molerio \(1985 a, 2012\)](#).

En 1960, [Barenblatt, Zheltov y Kochina](#) introdujeron el concepto de doble porosidad ([Figura 3](#)) para describir, en un medio agrietado saturado, el fenómeno de intercambio de fluido que ocurre entre las grietas y la matriz rocosa sólida. Debido al carácter dual del almacenamiento, definido por la porosidad efectiva de ambos medios, tal modelo recibió la denominación de doble porosidad (MDP). Según estos autores, el siguiente sistema de ecuaciones permitiría describir el movimiento del fluido separadamente para la red de grietas y para el volumen de bloques:

$$K_g \Delta H_g = (\beta_g + m_g \beta) \frac{\partial H_g}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

$$K_b \Delta H_b = (\beta_b + m_b \beta) \frac{\partial H_b}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

donde los subíndices b y g se refieren, respectivamente, al bloque y a la grieta; K es la conductividad hidráulica; m, el coeficiente de almacenamiento; β , la compresibilidad del agua; H, la carga hidráulica; β_g y β_b las compresibilidades de la grieta y el bloque, respectivamente; Δ , el Operador Laplaciano; y α , un coeficiente que puede definirse como:

$$\alpha = K_b \sigma \frac{K_b}{l^2}$$

siendo σ , la superficie específica de las grietas y l, las dimensiones del bloque.

Según estos autores,

$$m_g \gg m_b$$

$$K_g \gg K_b$$

$$m_g \approx K_b \approx 0$$

de manera que,

$$\frac{\partial H_g}{\partial t} - \eta \frac{\partial (\Delta H_g)}{\partial t} = a \Delta H_g$$

$$a = \frac{K_g}{(\beta_b + \eta_b \beta)}$$

y,

$$\eta = \frac{K_g}{\alpha} \approx \frac{K_g}{K_b} l^2$$

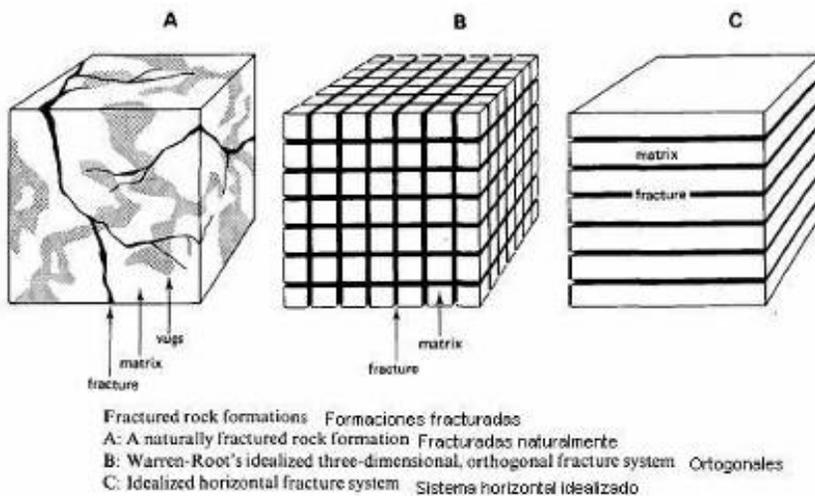


FIGURA 3. Esquema de doble porosidad

Años antes, N. S. Boulton explicaba las anomalías respecto a la curva tipo $s = f(\log t)$ de Theis que se presentaba en algunas pruebas de bombeo, suponiéndolas debidas a un fenómeno de retardo de fluido provocado por una determinada estructura del medio acuífero. Este fenómeno, denominado de “drenaje diferido” (delayed yield), conocido también como “Efecto Boulton” (Borevskii, et al., 1982) es, en esencia, el comportamiento que caracteriza un medio de doble porosidad y se esquematiza en la Figura 4.

En los siguientes trabajos de Boulton, ya en colaboración con T. Streltsova (Boulton & Streltsova, 1977 a, 1977 b; Streltsova-Adams, 1976 a, 1976 b), aunque la base conceptual del MDP estaba implícita, no fue explícitamente considerada hasta la segunda mitad de la década del 70 y en algunos trabajos de esta autora (Streltsova-Adams, 1976 a, 1976 b). Herrera y Chen (1983) trabajaron detalladamente el modelo de Boulton para desarrollar una aproximación tridimensional de la solución del transporte en acuíferos libres. Jeffrey et al. (1995) examinaron un caso de perímetros de protección en acuíferos en régimen no permanente.

No pocos autores se han basado en el MDP como vía para la explicación, en acuíferos anisotrópicos, heterogéneos y discontinuos, de fenómenos de transporte, dispersión y difusión (Bibby, 1981; Huyakorn et al., 1983 a, 1983 b; Novakowski et al., 1985), del movimiento de fluido hacia obras de toma (Warren & Root, 1963) -además de los mencionados de Boulton y Streltsova-, combinándolos con detallados análisis teóricos del problema, a veces desde posiciones bastante controvertidas (Duguid y Lee, 1977; Moench, 1984; Narasimhan, 1982).

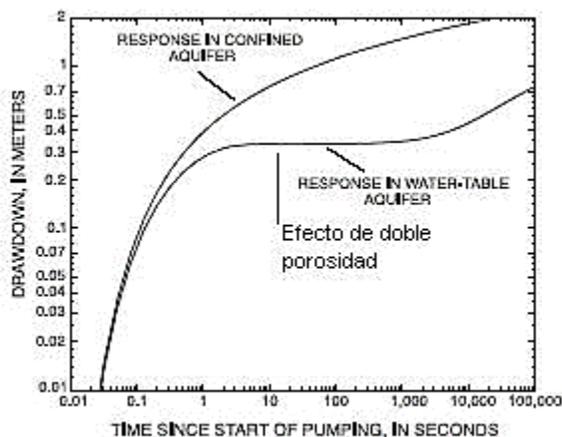


FIGURA 4. Efecto de doble porosidad (tomado de Barlow & Moench, 1995, ligeramente modificado para resaltar el efecto de drenaje diferido debido a la doble porosidad)

El flujo en medios fracturados y cársicos (triple y múltiple porosidad/permeabilidad) condicionan un flujo preferencial y que, bajo determinadas condiciones, los canales de flujo pueden ser divergentes hasta un punto tal que jamás lleguen a mezclarse los flujos en los conductos o que la mezcla se alcance solamente después de muy largos recorridos. Los patrones de tortuosidad son determinantes en este caso, y en espacios cársicos, de la laberinticidad, bifurcación y sinuosidad de las vías de circulación. Por ello, la mezcla que se requiere para alcanzar el dominio de la dispersión hidrodinámica (Tang, Frind y Sudicky, 1981; Tsang, 1984; Tsang y Tsang, 1989; Tsang et al., 1988; de manera tal que pueda ser modelada como un proceso fickiano puede no ocurrir en extensión suficiente para la distancia de interés y, entonces, el proceso tiene que ser descrito (física y matemáticamente) por flujo estratificado o en canales (Figura 5).

Los métodos adecuados para identificar la heterogeneidad, mejorar el rendimiento de los acuíferos y orientar la prospección se han mejorado mucho en los últimos años (Foster, 2012; Lachassagne et al., 2021) la necesidad, sobre todo, de satisfacer la demanda de agua en calidad y cantidad en muchas regiones de África y en zonas áridas y semiáridas donde estos acuíferos son los dominantes (Chilton y Smith-Carrington, 1984; Chilton y Foster, 1995; Le Borgne et al., 2004, 2006; Chambel, 2014; David y David, 2014; Boisson et al., 2015; Dewandel et al., 2017, 2018; Durand et al., 2017; Babaye et al. 2019).

DEFINICIÓN DEL DOMINIO DE FLUJO

El dominio de flujo en campo cercano se define a partir de la identificación del Volumen Elemental Representativo (VER; REV, Representative Elementary Volume, en la literatura anglosajona; véase [Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968](#)) que permite definir el volumen en que las propiedades físicas de referencia en el dominio de flujo son estadísticamente continuas de centro a centro de gravedad en dominios crecientes de flujo y, entonces, considerarlo como un sistema continuo en que el medio puede simularse como un medio continuo equivalente y las heterogeneidades y anisotropía del sistema de flujo pueden ser reducidas a su equivalente homogéneo e isotrópico.

Maasland (1953), en su momento, propuso cinco teoremas para reducir los medios anisotrópicos en isotrópicos continuos equivalentes. Molerio (1970, 2012). Así, para obtener las ecuaciones de conservación y de movimiento se introduce este cierto espacio elemental representativo en términos de volumen o longitud (véase también [Kovacs, 1981](#); [Long et al., 1982](#), entre otros) o de área (Molerio, 1985 b), para el cual las propiedades puedan definirse como continuas.

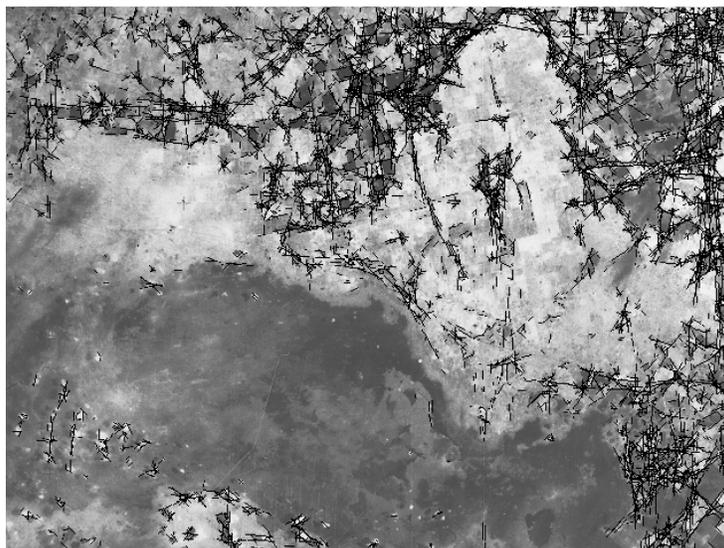


FIGURA 5. *Sistemas de agrietamiento múltiples en una zona piloto de Cuba oriental, derivados del análisis de fractalidad y modelación geoestadística*

Entonces, en esencia, un volumen (VER o REV), longitud (REL) o área (AER) elemental representativos se definen como aquellos volúmenes, longitudes o áreas en las que un ligero incremento o disminución de sus límites no causa una variación apreciable en el valor o magnitud de una propiedad o grupo de ellas. En medios anisotrópicos es necesario incluir que tal incremento o disminución tampoco debe provocar una sensible alteración en la dirección de tal propiedad o grupo de ellas. Tanto el REL como el REV son términos en los que se permite una cierta vaguedad como recurso numérico para obviar el efecto de escala en la deformación de los resultados (Carnahan, 1977; Molerio, 1984, 1985 b, 1986) aunque [Molerio \(1985 b\)](#) ha intentado definirlo en espacios reales ([Figura 6](#)) bajo el concepto de Área Elemental Representativa.

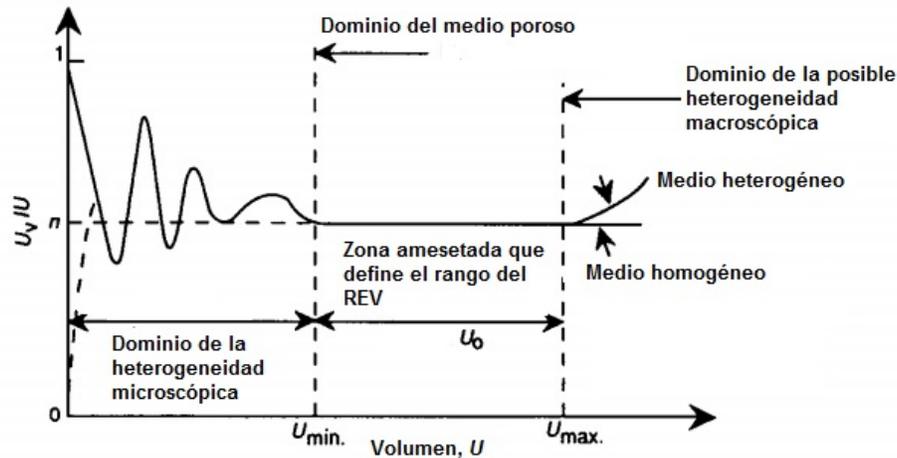


FIGURA 6. Representación de Bear y Bachmat (1990, traducido) de la variación de la porosidad en la vecindad de un punto en función del tamaño del volumen promediado. Las propiedades microscópicas que pueden promediarse continuamente en volúmenes, longitudes o áreas hasta convertirse en propiedades macroscópicas en función de la variación del límite del dominio sin perder su identidad física, aunque varíe su magnitud, constituyen componentes no aleatorias de caracterización del dominio en las que prevalece la componente de tendencia como indicador del cambio de límite del dominio. La variación en magnitud con este cambio es una de las consecuencias más importantes del efecto del factor de escala sobre la estructura del campo de propiedades físicas en el caso de los acuíferos en rocas fracturadas.

MODELO DE FLUJO Y TRANSPORTE EN FRACTURA INDIVIDUAL

El modelo de flujo en fractura única que asume RBP es el siguiente, donde la circulación se describe mediante la ecuación de transporte advectivo-difusivo, en un esquema fundamentalmente Euleriano (Molerio, 2021) con las siguientes condiciones iniciales y de borde:

- Régimen permanente en el límite de las zonas cercanas y muy cercanas al punto de referencia; esto es: $\rho g b = \frac{d\phi}{dx} - \mu \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_x x}{\partial y} \right) \right] = 0$ solo en la fractura
- La matriz es una zona de no flujo, donde $Q = 0$
- El acuífero se circunscribe a la fractura y el sistema es no confinado
- Flujo incompresible
- Régimen lineal (Darciano), asumiendo que la rugosidad, en términos de factor de fricción de la fractura no distorsione el Número de Reynolds
- Rugosidad uniforme
- Densidad constante
- Viscosidad constante
- Dos variantes de abertura (diámetro) de las grietas:
 - Regular (constante)
 - Variable
- El momento dispersivo del flujo es mucho menor que el advectivo
- La carga piezométrica a lo largo de la fractura satisface la condición de que las paredes de la grieta no sean rigurosamente paralelas
- La conductividad hidráulica de la fractura viene dada por: $K = \frac{\rho g b^2}{\mu 12}$
- La conductividad hidráulica y la permeabilidad intrínseca k se relacionan del modo

siguiente: $K = -\frac{\rho g}{\mu} k$

- La permeabilidad intrínseca k_f de la fractura se define por: $k_f = \frac{b^2}{12}$
- La descarga total a lo largo de la fractura se expresa del modo siguiente: $Q'_f = -\frac{\rho g b^3}{\mu 12} \nabla \varphi$ donde el superíndice indica un vector en el plano de la fractura
- La transmisividad en el plano de la fractura es: $T_f = -\frac{\rho g b^3}{\mu 12} = K_f b$
- La advección en la matriz es despreciable en relación con la advección en las fracturas
- La canalización se considera caso a caso, en función de la litología y los resultados de las mediciones geométricas en el campo
- No se consideran fenómenos de sorción y difusión en la matriz

La nomenclatura utilizada es la misma de Bear (1993) y se resume en la Figura 7.

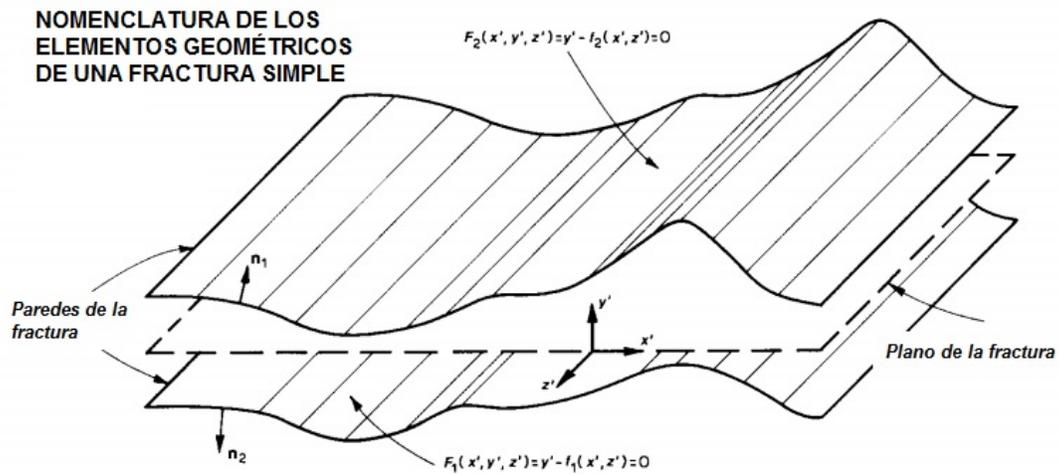


FIGURA 7. Nomenclatura de los elementos geométricos básicos de una fractura simple (según Bear, 1993), donde y' es la coordenada normal al plano del eje y y y'_1 , y'_2 son los valores de y' en las paredes de la grieta, de donde se deriva que el vector unitario normal dirigido hacia la descarga en un punto cualquiera de la pared de la fractura, se define como $n_m = \frac{\nabla F_m}{|\nabla F_m|}$ y la abertura de la fractura $b = b(x', z')$ en cualquier punto de la superficie del eje equivale a: $b(x', z') = f_2(x', z') - f_1(x', z')$

En las ecuaciones anteriores, los términos no definidos directamente son los siguientes:

μ , viscosidad dinámica del fluido

ρ , densidad del fluido

P , presión

V , velocidad ponderada de masa del fluido

t , tiempo

g , aceleración de la gravedad

z , coordenada vertical, positiva hacia arriba

φ , potencial de Hubbert para un fluido compresible, aproximado por la carga piezométrica

En el ejemplo de un caso real (Figura 8) se valida el modelo conceptual en el que se fundamenta el algoritmo para las regiones cercana y muy cercanas a los pozos (punto singular fuente).

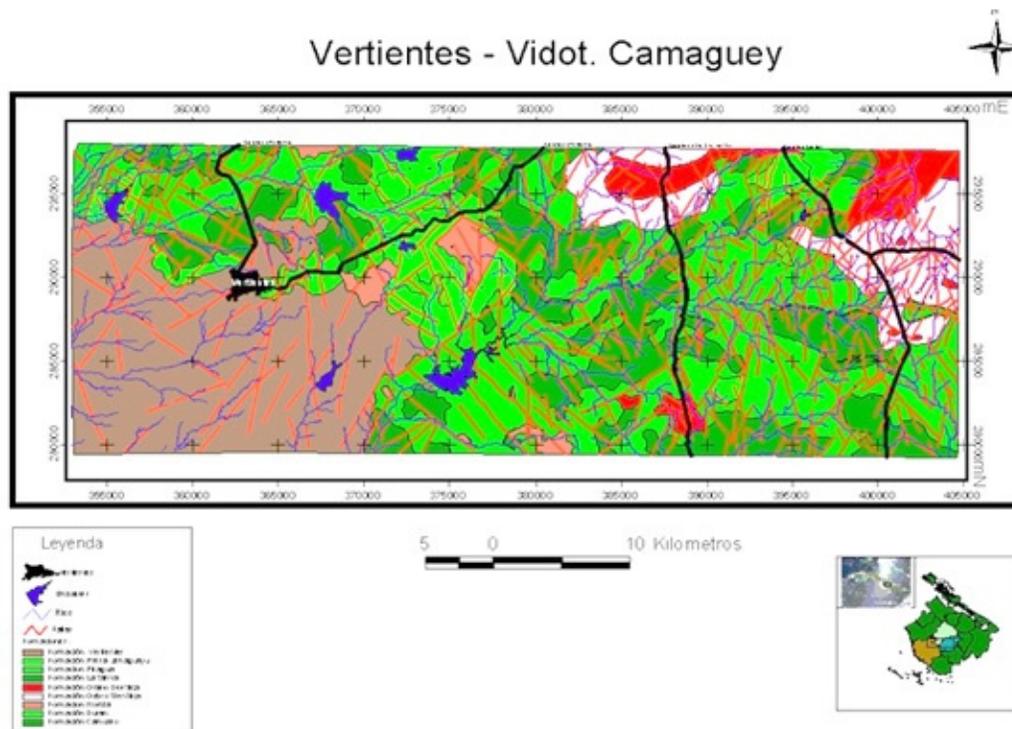


FIGURA 8. Tectolineamientos y fracturas definidas por modelación geoestadística en la región de estudio Vertientes-Vidot, Cuba Camagüey, (elaborado por Daniel Mendoza Pupo, 2005)

CONCLUSIONES

El algoritmo RBP está siendo mejorado para aproximar las soluciones a problemas más complejos. Temas como su aplicación a flujo transitorio (no permanente), transporte reactivo y flujo en fracturas múltiples son variantes que constituyen tendencia mundial y en las que se trabaja. Una variante extendida del algoritmo ha sido aplicada por el autor para resolver las ecuaciones de flujo multifásico reactivo no isotérmico de densidad variable que describen el flujo de fluidos, el transporte de masas y la mezcla de aguas producidas en acuíferos fracturados carbonatados carsificados provenientes de yacimientos gasopetrolíferos (Molerio, 2020 a, 2020 b, 2021 a, 2021 b, 2022).

RECONOCIMIENTOS

A Gladys Yera, Daniel Mendoza Pupo, Iván González, Ernesto Varela, José A. Valdés, Luis A. Barreras Abella y Maritza Elías Rodríguez, quienes pusieron en práctica estos métodos en las áreas de ensayo en Camagüey y en la Isla de la Juventud, Cuba, sobre todo en las primeras etapas del desarrollo del método; y a Cecilia March Delgado, quien compartió muchos de los esquemas de cálculo. Estudios específicos en Angola, Granada, Guinea Ecuatorial, Ecuador y Panamá fueron apoyados por Antonio Eduardo Cordeiro Neto, Nicolás Herrera Yanes, Rogelio García, Elio Cazares, John Neckless, Ángel Masie, Emilio Mengue, Cesar Mba, Sam Karp, Humberto Álvarez, Abdiel Morales, Danilo Méndez, Paul Sotomayor y Raúl Sánchez Montenegro. A Ana, siempre, por su participación en todos estos estudios.

REFERENCIAS

- Babaye, M. S. A.; Orban, P.; Ousmane B., Favreau, G.; Brouyere, S.; Dassargues, A. (2019): Characterization of recharge mechanisms in a Precambrian basement aquifer in semi-arid south-west Niger. *Hydrogeology Journal*. 27 (2) 475–491. <https://doi.org/10.1007/s10040-018-1799-x>
- Barenblatt, G. I. and Zheltov, I. P. (1960): *Fundamental equations of filtration of homogeneous liquids in fissured rocks*. *Soviet Dokl. Akad. Nauk*. 13(2). 545-548.
- Barenblatt, G. I.; Zheltov, I. P. and Kochina, I. N. (1960): Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Soviet Appli Math. Mech.* (PMM.) 24(5). 852-864.
- Bear, J. (1993): Modeling flow and contaminant transport in fractured rocks. In/ Bear, J.; Chin-Fu Tsang; De Marsily, G. (1993): Flow and contaminant transport in fractured rock. *Academic Press*. p. 1-37.
- Bear, J. and Bachmat, Y. (1990): Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media. *Kluwer Academic Publishers*. Dordrecht. 553.
- Bear, J. and Berkowitz, B. Groundwater. (1987): Flow and Pollution in Fractured Rock Aquifers. In: *Developments in Hydraulic Engineering* (ed. P. Novak), Elsevier Appl. Science Publ. 4. 175-238.
- Bear, J.; Chin-Fu, Tsang, Ghislain de Marsily (1993): Flow and contaminant transport in fractured rock. *Academic Press*. 560.
- Bear, J. D.; Zaslavsky, I. & Irmay, S. (1968): *Physical principles of water percolation and seepage*. UNESCO. Arid Zone Research. XXIX. 465 p. París.
- Berkowitz, B.; Bear, J. and Braester, C. (1988): Continuum models for contaminant transport in fractured porous formations. *Water Resour. Res.* 24(8). 1225-1236.
- Bibby, R. (1981): Mingling by displacement in dual porosity media. *Geol. Jb.* C 29. 217-229.
- Boisson, A.; Guihéneuf, N.; Perrin, J.; Bour, O.; Dewandel, B.; Dausse, A.; Viossanges, M.; Ahmed, S.; Maréchal, J. C. (2015): Determining the vertical evolution of hydrodynamic parameters in weathered and fractured south Indian crystalline-rock aquifers: insights from a study on an instrumented site. *Hydrogeology Journal* 23(4). 757–773. <https://doi.org/10.1007/s10040-014-1226-x>
- Borevskii, B.; Samsonov, B. & Yazvin, L. (1982): Metodica para la determinación de los parámetros de los acuíferos por datos de aforos (en ruso). *Nedra*. 328 p. Moscú.
- Boulton, N. S. & Streltsova, T. D. (1977 a): Unsteady flow to a pumped well in a fissured water-bearing formation. *Hydrogeology Journal* 35. 257-269.
- Boulton, N. S. & Streltsova, T. D. (1977 b): Unsteady flow to a pumped well in a two-layered water-bearing formation. *Hydrogeology Journal* 35. 245-256.
- Carnahan, C. L. (1976): Non-equilibrium thermodynamics of groundwater flow systems: Symmetry properties of phenomenological coefficients and considerations of hydrodynamic dispersion. *Journal of Hydrology* 31. 125-150.
- Chambel, A. (2014): Outcrop groundwater prospecting, drilling and well construction in hard rocks in semi-arid regions. In: *Fractured rock hydrogeology. IAH Selected Paper*. no. 20. CRC. Boca Raton. FL. 61–78.
- Chilton, P. J.; Foster, S. S. D. (1995): Hydrogeological characterization and water-supply potential of basement aquifers in tropical Africa. *Hydrogeology Journal* 3(1). 36–49.
- Chilton, P. J.; Smith-Carington, A. K. (1984): Characteristics of the weathered basement aquifer in Malawi in relation to rural water supplies. In: *Challenges in African Hydrology and Water Resources* (Proceedings of the Harare Symposium, July, 1984). *IAHS Publ.* no. 144. IAHS. Wallingford. UK.
- Chen, H. Z. (1983): *Numerical simulation of coning behavior of a single well in naturally fractured reservoir*. *Soc. Pet. Eng. J.* 879-884.
- Chen, C. S. (1986): Solutions for radionuclide transport from an injection well into a single fracture in a porous formation *Water Resource. Res.* 22(4) 508-518.

- Chen, Z. X. (1989): *Transient Flow of Slightly Compressible Fluids Through Double-Porosity, Double Permeability Systems. A State-of-Art Review, Transport in Porous Media*. Editor J. Bear. Haifa. Israel. 147-184.
- Chen, Z. X. and You, J. (1987): *The behavior of naturally fractured reservoirs including fluid flow in matrix blocks, Transport in Porous Media*. 2. 145-163.
- Chiles, J. P. and Gentier, S. (1992): *Geostatistical modeling of a single fracture*. Proceedings, 4th Int. Geostatistics Congress. Troia. Portugal.
- David, K., Liu, T.; David, V. (2014): Use of several different methods for characterising a fractured rock aquifer, case study Kempfield, New South Wales, Australia. In: *Fractured rock hydrogeology. IAH Selected Papers*. no. 20. CRC, Boca Raton. FL. p. 308–327.
- Dewandel, B.; Jeanpert, J.; Ladouche, B.; Join, J. L.; Maréchal, J. C. (2017): Inferring the heterogeneity, transmissivity and hydraulic conductivity of crystalline aquifers from a detailed water-table map. *Journal of Hydrology*. 550 (2017): 118–129. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.03.075>
- Dewandel, B.; Lanini, S.; Lachassagne, P.; Maréchal, J. C. (2018): A generic analytical solution for modelling pumping tests in wells intersecting fractures. *Journal of Hydrology* 559. 89–99. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.02.013>
- Duguid, J. O. & Lee, P. C. Y. (1977): Flow in fractured porous media. *Water Resource. Res.* 13 (3). 558-566.
- Durand, V.; Léonardi, V.; De Marsily, G.; Lachassagne, P. (2017): A new quality-of-fit criterion to quantify the specific yield in a two-layer hard-rock aquifer model. *Journal of Hydrology* 551(2017). 328–339. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.05.013>
- Foster S. (2012): Hard-rock aquifers in tropical regions: using science to inform development and management policy. *Journal of Hydrology*. 20. 659–672.
- Herrera, I. & Chen, B. (1983): Delayed yield. An exact quasi-three dimensional model for free aquifers. *Adv. Water Resourc.* 6. March. 54-48.
- Huyakorn, P. S.; Lester, B. H. & Mercer, J. W. (1983 a): An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media. 1. Single species transport. *Water Resourc. Res.* 19 (3). 841-854.
- Huyakorn, P. S.; B. H., Lester & Faust, Ch. R. (1983 b): Finite element techniques for modeling groundwater flow in fractured aquifers. *Water Resources. Res.* 19 (4). 1019-1035. August.
- Jeffrey Yang, Y; Spencer, R. D.; Gates, T. M. (1995): Analytical solutions for determination of non-steady state capture zones. *GWRR*. Winter. 101-106.
- Kiraly, L. (1978): La notion d'unité hydrogéologique. Essai de définition. These Bull. *Centre d'Hydrogeol. Univ. Neuchatel*. 2. 83-216.
- Kovacs, G. (1981): *Seepage hydraulics*. Akademiai Kiado. Budapest 730.
- Lachassagne, P.; Dewandel, B.; Wyns, R. (2021): Review: Hydrogeology of weathered crystalline/hard-rock aquifers—guidelines for the operational survey and management of their groundwater resources. *Hydrogeology Journal*. <https://doi.org/10.1007/s10040-021-02339-7>
- Le Borgne, T.; Bour, O.; De Dreuzy, J. R.; Davy, P.; Touchard, F. (2004): Equivalent mean flow models for fractured aquifers: insights from pumping tests scaling interpretation. *Water Resour Res* 40. 12.
- Le Borgne, T.; Bour, O.; Paillet, F. L.; Caudal, J. P. (2006): Assessment of preferential flow path connectivity and hydraulic properties at single-borehole and cross-borehole scale in a fractured aquifer. *Hydrogeology Journal* 328. p. 347–359.
- Lee Chen-Chang; Cheng-Haw Lee; Hsin-Fu Yeh; Hung-I Lin. (2010): Modeling spatial fracture intensity as a control on flow in fractured rock. *Environ Earth Sci*. DOI 10.1007/s12665-010-0794-x.
- Long, J. C. S.; Remer, J. S.; Wilson, C. R.; Witherspoon, P. A. (1982): Porous Media Equivalents for Networks of Discontinuous Fractures. *Water Resour. Res.* 18 (3). 645-658.
- Maasland, M. (1957): Soil anisotropy and land drainage. In/ J.N. Luthin, ed.: *Drainage of Agricultural Lands*. Amer. Soc. Agr. Madison, Wisconsin. 216-228.

- March Delgado, C. & Molerio León, L. F. (1987): *A General Approach to an Algorithm for Groundwater Flow in Karstic Aquifers*. Hydro- And Thermodynamical Considerations. Internatl. Symp. Groundwater Monitoring and Management. Dresden. GDR. 21 pp.
- Moench, A. F. (1984): Double porosity model for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. *Water Resour. Res.* 20.7. 831-846.
- Molerio León, Leslie F. (1984): El efecto del factor de escala en la interpretación del campo físico de las rocas carsificadas. Resumen. XXVII Internatl. Geol. Congr. abril 4-14. Moscú. Vol VII. Secc. 16. 468-469. Véase, *Voluntad Hidráulica* 75. 19-26.
- Molerio León, Leslie F. (1985 a): Dominios de Flujo y Jerarquización del Espacio en Acuíferos Cársicos. Simp. XLV Aniv. Soc. Espel. Cuba. La Habana: 54. In/Núñez Jiménez, A. (1990): *Medio siglo explorando a Cuba. Historia documentada de la Sociedad Espeleológica de Cuba*. Tomo II. Imprenta Central de las FAR. La Habana. p. 322. <https://www.researchgate.net/publication/344398777>
- Molerio León, Leslie F. (1985 b): El área elemental representativa (AER) para la evaluación de las propiedades físicas del carso. Modelo Teórico. Simp. XLV Aniv.Soc. Espel. Cuba, La Habana:45; In/Núñez Jiménez, A. (1990): *Medio siglo explorando a Cuba. Historia documentada de la Sociedad Espeleológica de Cuba*. Tomo II. Imprenta Central de las FAR. La Habana. p. 323.
- Molerio León, Leslie F. (1986): El efecto del factor de escala en la interpretación del campo físico de las rocas carsificadas. *Voluntad Hidráulica* 75. 19-26.
- Molerio León, L. F. (2012): Ecuaciones de intercambio termohidrodinámico entre medios continuos múltiples en el karst y sus consecuencias ambientales. *Cub@: Medio Ambiente y Desarrollo* Revista electrónica de la Agencia de Medio Ambiente. Año 13. No.2. ISSN-1683-8904. La Habana. 15: <http://ama.redciencia.cu/articulos.php?sid=91529a91e366de61e4ac7b8e3f27fb89>
- Molerio-León, L. F. (2020 a): Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos someros salinizados. 1. Ecuaciones de gobierno. *Argentina Subterránea*. 20(47-48):71-74. <https://www.researchgate.net/publication/345344234>
- Molerio-León, L. F. (2020 b): Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos someros salinizados. 2. Aplicabilidad del modelo. *Argentina Subterránea*. 20(47-48):75-77. <https://www.researchgate.net/publication/345344524>
- Molerio-León, L. F. (2021 a): Petróleo y Karst: Bases teóricas de una tecnología para la disposición final de aguas producidas tratadas en acuíferos cársicos someros y cuerpos de agua salinizados. La Habana. 102: <http://fade.smartnec.com/images/prod/lyD9XLDi9F6eaoKQoCoRBarRn4rNvd.pdf> <https://www.researchgate.net/publication/351274801>
- Molerio-León, L. F. (2021 b): Petróleo y Karst 2: el papel del cavernamiento en el control de la migración de la inyección somera de aguas producidas en medios cársicos. *Argentina Subterránea* 21(50) octubre-noviembre: 21-46. ISSN 1851-894x <http://www.fade.org.ar/>. Bibliografía. Html. <https://www.researchgate.net/publication/356893720>
- Molerio-León, L. F. (2022): Avances en los algoritmos de base de la tecnología de inyección somera de aguas producidas de yacimientos gasopetrolíferos (TISPM) en medios cársicos. *Revista Maya de Geociencias*. UNAM. Edición Especial. 21-36.
- Moreno, L.; Tsang, Y. W.; Tsang, C. F.; Hale, F. V. and Neretnieks, I. (1988): Flow and Tracer Transport in a Single Fracture. A Stochastic Model and its Relation to Some Field Observations. *Water Resources Research*. 24. 2033-3048.
- Moreno, L.; Tsang, Y. W.; Tsang, C. F. and Neretnieks, I. (1987): *Flow and Solute Transport in a Single Fracture. A Two-Dimensional Statistical Model, Nuclear Fuel Safety Project*. Technical report TR 88-03: Stockholm.
- Narasimhan, T. N. (1982): Multidimensional numerical simulation of fluid flow in fractured porous media. *Water Resour. Res.* 18 (4). 1235-1247.
- Neretnieks, I. (1993): Solute transport in fractured rock — Applications to radionuclide waste Repositories. In/ Bear, J.; Chin-Fu, Tsang; De Marsily, G. (1993): Flow and contaminant transport in fractured rock. *Academic Press*. p. 1-37.

- Novakowski, K. S.; Evans, G. V.; Lever, D. A. and Raven, K. G. (1985): A Field Example of Measuring Hydrodynamic Dispersion in a Single Fracture. *Water Resources Research*. 21. 1165-1174.
- Streltsova-Adams, T. D. (1976 a): Comments on "Analysis of pumping tests data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response" by Shlomo P. Neumann. *Water Resour. Res.* 2 (1). 113-114.
- Streltsova-Adams, T. D. (1976 b): Advances and uncertainties in the study of groundwater flow in fissured rocks. *Adv. Groundwater Hydrol. Amer. Water Resour. Ass.* 48-56.
- Tang, D. H.; Frind, E. O. and Sudicky, E. A. (1981): Contaminant transport in fractured porous media: analytical solution for a single fracture. *Wat. Resour. Res.* 17(3). 555-564.
- Tsang, Y. W. and Tsang, C. F. (1989): Flow Channeling in a single fracture as a two-dimensional strongly heterogeneous permeable mediu. *Water Resour. Res.* 25(9) 2076-2080.
- Tsang, Y. W.; Tsang, C. F.; Neretnieks, I. and Moreno (1988): L. Flow and tracer transport in fractured media: A variable aperture channel model and its propertie. *Water Resour. Res.* 24(12). 2049-2060.
- Tsang, Y. W. (1984): The effect of tortuosity on fluid flow through a single fracture. *Water Resour. Res.* 20. 1209-1215.
- Warren, J. E. & Root, P. J. (1963): Behavior of natural fractured reservoirs. *Soc. Pet. Eng. Jour.* 9. 245-255.
- Zyvoloski, G. A.; Robinson, B. A.; Viswanathan, H. S., (2008): Generalized dual porosity: a numerical method for representing spatially variable sub-grid scale processes. *Advances in Water Resources*. 31. 535-544.

Como citar:

Molerio-León, L. F. (2023). Modelo RBP para la prospección de aguas subterráneas en rocas de baja permeabilidad: algoritmo para flujo y transporte en fractura única. *Geoinformativa*. 16 (1). 1-16.

Licencia:

Este artículo está protegido bajo una licencia de Atribución-No Comercial-Compartir igual (CC BY-NC-SA) la cual permite compartir (copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato) y adaptar (remezclar, transformar y crear a partir del material), por lo que los autores, son libres de compartir su material en cualquier repositorio o sitio web.

